

Name, Vorname:

Gruppe:

Aufgabe mögliche Punkte	1 (4)	2 (4)	3 (4)	4 (4)	5 (4)	6 (4)	Total (24)	Note
erreichte Punkte								
Korrektur								

Mathematik 1M – Prüfung *mit* Taschenrechner

Teil 2

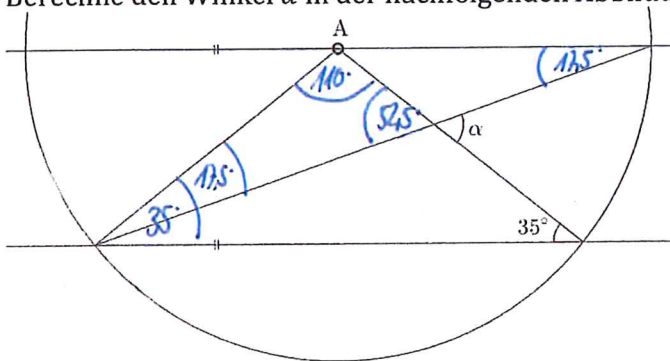
Schreibe deinen Namen und deine Gruppe gut leserlich auf dieses Blatt.
Der Lösungsweg muss bei jeder Aufgabe klar ersichtlich und nachvollziehbar sein.
Für die Note 6 ist nicht die maximale Punktzahl notwendig.

Die Prüfung dauert 45 Minuten.

Aufgabe 1

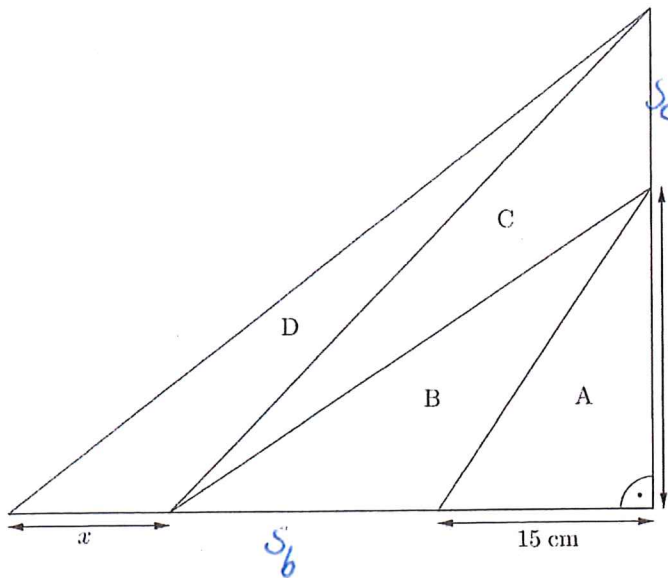
4 Pt.

a) Berechne den Winkel α in der nachfolgenden Abbildung.



$$\alpha = 52.5^\circ$$

b) Berechne x unter der Annahme, dass die Flächeninhalte der vier abgebildeten Dreiecke gleich sind, d. h. $A = B = C = D$. Hinweis: Die Abbildung ist nicht verhältnismäÙig.



$$A_A = \frac{25 \cdot 15}{2} = 187.5$$

$$S_b = \frac{2 \cdot 187.5}{25} = 15$$

$$S_c = \frac{2 \cdot 187.5}{30} = 12.5$$

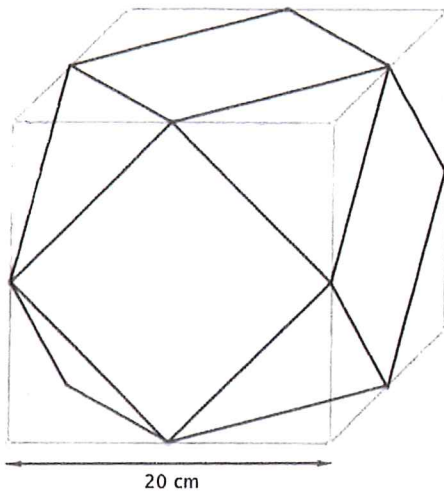
$$x = \frac{2 \cdot 187.5}{37.5} = 10$$

$$x = 10 \text{ cm}$$



Aufgabe 2**4 Pt.**

- a) Werden bei einem Würfel die Ecken durch die Kantenmitten abgeschnitten, entsteht ein Kuboktaeder (Bild unten). Dieses soll als Kantenmodell nachgebaut werden. Berechne, wie viel Draht dafür benötigt wird. Gib das Ergebnis in cm an und runde auf eine Nachkommastelle.

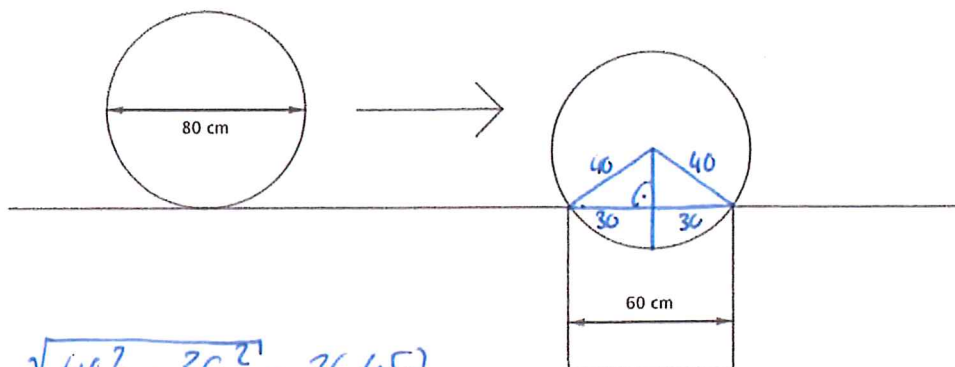


$$\sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200}$$

$$24 \cdot \sqrt{200} \approx 339,4$$

$$339,4 \text{ cm}$$

- b) Eine Kugel mit einem Durchmesser von 80 cm rollt auf ein Loch zu und wird zum Stillstand gebracht (vgl. Abbildung). Berechne, wie tief die Kugel in das Loch einsackt. Gib das Ergebnis in cm an und runde auf eine Nachkommastelle.



$$\sqrt{40^2 - 30^2} = 26,457\dots$$

$$40 - 26,457\dots = 13,542\dots$$

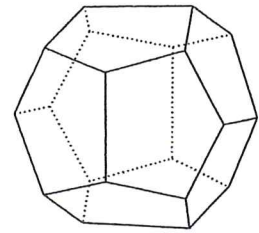
$$13,5 \text{ cm}$$



Aufgabe 3

4 Pt.

Julia würfelt mit einem Dodekaederwürfel (12 Seiten, Augenzahlen 1-12).



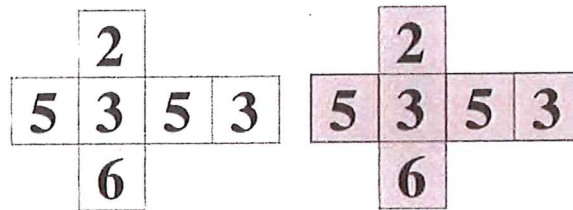
a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie eine gerade Zahl würfelt?

$$P(\text{gerade Zahl}) = \frac{1}{2}$$

b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie eine Primzahl würfelt?

$$P(\text{Primzahl}) = \frac{5}{12}$$

Die folgenden zwei Spielwürfel – hier der Übersicht halber als Netz abgebildet – sind abgesehen von ihren Farben identisch. Beide Würfel werden gleichzeitig geworfen.



c) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die beiden Würfel die gleiche Zahl zeigen?

weisser Würfel
2 3 3 5 5 6

grauer Würfel

2	x				
3		x	x		
3		x	x		
5				x	x
5				x	x
6					x

$$P(2 \times \text{gleiche Farbe}) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

d) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der weisse Würfel eine grössere Zahl zeigt als der graue Würfel?

weisser Würfel
2 3 3 5 5 6

grauer Würfel

2	-	✓	✓	✓	✓
3	-	-	-	✓	✓
3	-	-	-	✓	✓
5	-	-	-	-	✓
5	-	-	-	-	✓
6	-	-	-	-	-

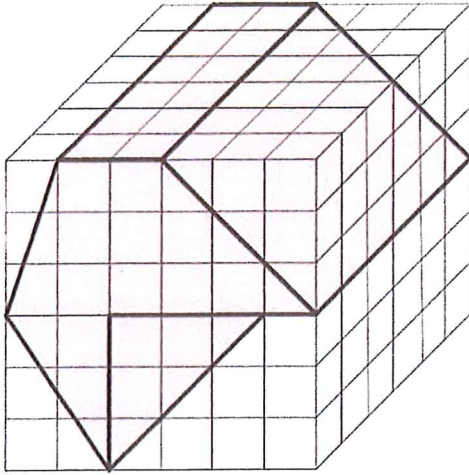
$$P = \frac{13}{36}$$



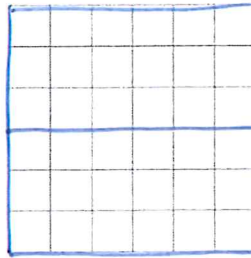
Aufgabe 4**4 Pt.**

Die folgende Abbildung zeigt ein Prisma in einem Würfel.

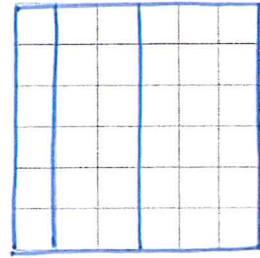
- a) Skizziere die Ansichten von rechts und von oben.



von rechts



von oben



- b) Der grosse Würfel, welcher das Prisma umhüllt, hat eine Kantenlänge von 18 cm.
Berechne das Volumen des Prismas. Gib das Ergebnis in cm^3 an.

$$G = \text{Rechteck} + \text{Dreieck}$$

$$= \frac{18+6}{2} \cdot 9 + \frac{6 \cdot 9}{2}$$

$$= 108 + 27 = 135$$

$$V = 135 \text{ cm}^2 \cdot 18 \text{ cm}$$

$$= 2430 \text{ cm}^3$$

$$G = \text{Quadrat} - \text{Dreieck} - \text{Dreieck} - \text{Dreieck} - \text{Rechteck}$$

$$= 18^2 - \frac{3 \cdot 9}{2} - \frac{6 \cdot 9}{2} - \frac{9 \cdot 9}{2} - 12 \cdot 9 = 135$$

$$V = 135 \text{ cm}^2 \cdot 18 \text{ cm}$$

$$= 2430 \text{ cm}^3$$

Häuschen zählen:

$$G = 15 \text{ Häuschen}$$

$$h = 6 \text{ ''}$$

$$15 \cdot 6 = 90$$

$$90 \cdot 27 \text{ cm}^3 = 2430 \text{ cm}^3$$

- c) Wie viel Prozent des Würfelvolumens macht das Volumen des Prismas aus?
Runde auf eine Nachkommastelle.

$$\frac{2430}{5832} = 0,4166 \approx 41,7\% \quad (41,6\%)$$

$$\text{Häuschen zählen: } \frac{90}{216} \text{ oder } \frac{15}{36} \approx 41,7\%$$



Aufgabe 5**4 Pt.**

- a) Bei einem Gewitter fielen auf eine 1000 cm^2 grosse Messfläche 200 cm^3 Regen. Wie viele Liter Regenwasser fielen auf die 5 km^2 umfassende Fläche eines nahegelegenen Dorfes?

$$\begin{array}{l} \text{Fläche [m}^2\text{]} \quad 0,1 \quad 5'000'000 \\ \text{Regenmenge [cm}^3\text{]} \quad 200 \quad 10'000'000'000 \end{array}$$

$$\frac{200 \text{ cm}^3}{1000 \text{ cm}^2} = 0,2 \text{ cm}$$

$$5'000'000'000 \text{ cm}^2 \cdot 0,2 \text{ cm}$$

$$= 10'000'000'000 \text{ cm}^3 = 10 \text{ Mio Liter}$$

$$\begin{array}{l} \text{Fläche [km}^2\text{]} \quad 0,0000001 \quad 5 \\ \text{Regenmenge [m}^3\text{]} \quad 200 \quad 10'000'000 \end{array}$$

$$10'000'000'000 \text{ cm}^3 = 10 \text{ Mio Liter}$$

Ein Elektroinstallateur hat den Auftrag, ein Kabel zu verlegen. Es stehen ihm zwei Lieferanten zur Auswahl, bei denen er das benötigte Kabel kaufen kann:

- Beim Lieferanten A kostet ein Meter Kabel Fr. 1.50. Hinzu kommt pro Auftrag eine einmalige Bearbeitungsgebühr von Fr. 3.50.
- Beim Lieferanten B kostet ein Meter Kabel nur Fr. 1.25. Allerdings verlangt er pro Auftrag eine einmalige Bearbeitungsgebühr von Fr. 6.50.

- b) Gib für jeden Lieferanten eine Formel für die Kosten eines Kabels von x m Länge an.

$$\text{Lieferant A} \quad 1,5x + 3,5$$

$$\text{Lieferant B} \quad 1,25x + 6,5$$

- c) Für welche Kabellänge sind die Kosten bei beiden Lieferanten gleich gross?

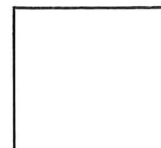
$$1,5x + 3,5 = 1,25x + 6,5 \quad \parallel -1,25x$$

$$0,25x + 3,5 = 6,5 \quad \parallel -3,5$$

$$0,25x = 3 \quad \parallel : 0,25$$

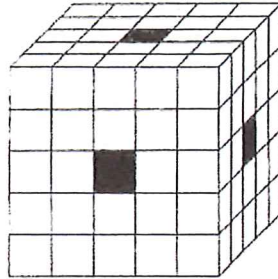
$$x = 12$$

$$12 \text{ m}$$



Aufgabe 6**4 Pt.**

Ein grosser Würfel ist aus n^3 gleich grossen Würfelchen aufgebaut. Aus diesem Würfel wird von jeder Seite aus gesehen in der Mitte eine Reihe entfernt, so dass drei durchgehende Öffnungen entstehen. Die nachfolgende Abbildung zeigt die Situation für $n = 5$.



Der so entstandene Restkörper wird in Farbe getaucht. Dabei entstehen beispielsweise an den acht Ecken des Restkörpers jeweils acht Würfelchen, welche an drei Seitenflächen gefärbt sind.

- a) Wie viele Würfelchen des Restkörpers für $n = 5$ sind an genau zwei Seitenflächen gefärbt?

$$12 \cdot 3 + 6 \cdot 4 + 12 = 36 + 24 + 12 = 72$$

- b) Wir betrachten nun einen grösseren Würfel mit $n = 7$. Auch hier wird wie oben beschrieben von jeder Seite aus gesehen in der Mitte eine Reihe entfernt und der Restkörper in Farbe getaucht. Wie viele Würfelchen sind beim Restkörper an genau zwei Seitenflächen gefärbt?

$$12 \cdot 5 + 6 \cdot 4 + 12 = 60 + 24 + 12 = 96$$

- c) Nun schauen wir uns den allgemeinen Fall eines grossen Würfels an, der aus n^3 gleich grossen Würfelchen aufgebaut ist, wobei n eine beliebige ungerade Zahl grösser oder gleich 5 bezeichnet. Wieder wird von jeder Seite aus gesehen in der Mitte eine Reihe entfernt und der Restkörper in Farbe getaucht. Wie viele Würfelchen sind beim Restkörper an genau zwei Seitenflächen gefärbt? Beschreibe die gesuchte Anzahl als Term mit der Variablen n . Vereinfache diesen Term so weit wie möglich.

$$\begin{aligned} 12(n-2) + 6 \cdot 4 + 12 &= 12n - 24 + 24 + 12 \\ &= 12n + 12 \end{aligned}$$

